

### Задача № 9.

**Выясните, образует ли группу, кольцо или поле, указанное множество относительно заданных операций (в заданиях, где множество образует группу, для выбранного вами элемента из множества найдите обратный элемент)**

1. Множество неотрицательных целых чисел группу относительно сложения;
2. Множество рациональных чисел, отличных от нуля, группу относительно умножения;
3. Множество невырожденных матриц порядка  $n$  с действительными элементами группу относительно матричного умножения;
4. Множество  $n$ -мерных арифметических векторов группу относительно сложения векторов;
5. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & a \end{pmatrix}$ , где  $R \ni a$ , группу относительно матричного сложения;
6. Множество всех нечетных чисел кольцо относительно сложения и умножения;
7. Множество чисел вида  $a + b^3\sqrt{5}$ , где  $a$  и  $b$  – любые целые числа, кольцо относительно сложения и умножения;
8. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & a \end{pmatrix}$ , где  $a$  – любое рациональное число, поле относительно матричных сложения и умножения;
9. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & b \end{pmatrix}$ , где  $a$  и  $b$  – любые действительные числа, кольцо относительно матричных сложения и умножения;
10. Множество чисел вида  $2a + 2b\sqrt{3}$ ,  $a$  и  $b$  – любые целые числа, кольцо относительно сложения и умножения;
11. Множество  $A = \{0\}$  поле относительно сложения и умножения;
12. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ , где  $a, b \in R$ , поле относительно матричных сложения и умножения;
13. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & b \end{pmatrix}$ , где  $a, b \in Q$ , поле относительно матричных сложения и умножения;

14. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ 5b & a \end{pmatrix}$ , где  $a, b \in \mathbb{Q}$ , поле относительно матричных сложения и умножения;
15. Множество нечетных целых чисел группы относительно сложения;
16. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix}$ , где  $a \in \mathbb{R}$ , поле относительно матричных сложения и умножения;
17. Множество чисел вида  $a + b\sqrt{5} + c\sqrt{7}$ ,  $a, b$  и  $c$  – любые целые числа, кольцо относительно сложения и умножения;
18. Множество всех четных целых чисел группы относительно сложения;
19. Множество всех нечетных целых чисел группы относительно умножения;
20. Множество  $B = \{0, 1\}$  поле относительно сложения и умножения;
21. Множество  $A = \{0\}$  кольцо относительно сложения и умножения;
22. Множество всех чисел вида  $a + b\sqrt{5}$ , где  $a, b \in \mathbb{Q}$ , группа относительно сложения;
23. Множество всех чисел вида  $a\sqrt{3} - b$ , где  $a, b \in \mathbb{Z}$ , кольцо относительно сложения и умножения;
24. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix}$ , где  $a, b, c$  – любые действительные числа, кольцо относительно матричных сложения и умножения;
25. Множество всех чисел вида  $a\sqrt{2} + b$ , где  $a$  и  $b$  – любые рациональные числа, группа относительно сложения;
26. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{pmatrix}$ , где  $a$  – любое не равное нулю действительное число, группа относительно матричного умножения;
27. Множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ , где  $a$  и  $b$  – любые, не равные одновременно нулю действительные числа, группа относительно матричного умножения;
28. Множество решений любой заданной системы линейных однородных уравнений группы относительно сложения;
29. Множество  $n$ -мерных арифметических векторов кольцо относительно сложения и умножения вектора на число;

30. Множество комплексных чисел вида  $a + bi$  с целыми  $a$  и  $b$  кольцо относительно сложения и умножения;
31. Множество комплексных чисел вида  $a + bi$  с действительными  $a$  и  $b$  поле относительно сложения и умножения;
32. Множество многочленов с действительными коэффициентами любых степеней (включая нуль) от неизвестного  $x$  группу относительно сложения многочленов;
33. Множество подстановок чисел  $1, 2, 3, \dots, n$  группу относительно умножения подстановок;
34. Множество корней  $n$ -ой степени из единицы (как действительных, так и комплексных) группу относительно умножения;
35. Множество комплексных чисел вида  $a + bi$  с действительными  $a$  и  $b$  группу относительно сложения комплексных чисел;
36. Множество  $A = \{-1, 0, 1\}$  кольцо относительно сложения и умножения.