

Методика оценки обучающихся на занятии

На занятии проводится проверка наличия необходимой учебно-методической литературы. В течение 10-15 минут преподаватель проводит опрос по основным вопросам данной темы занятия, которые должны быть доведены до них заранее. Может проводиться также опрос по вопросам, сформулированным самими студентами.

Провести устный опрос с целью проверки их подготовки к занятию и усвоения материала предыдущего занятия можно по следующим вопросам:

1. Определение матрицы, строки и столбцы матрицы, её элементы.
2. Виды матриц: квадратная, нулевая, единичная.
3. Определение суммы и разности матриц.
4. Правило умножения матрицы на число.
5. Правило (алгоритм) нахождения произведения двух матриц.
6. Свойства определителей.
7. Определение минора.
8. Определение алгебраического дополнения.

Для письменного опроса разрабатываются варианты летучек.

Методические рекомендации по отработке учебных вопросов

Операции над матрицами

Все задачи на данном занятии решаются у доски под руководством преподавателя с исчерпывающими комментариями и теоретическими обоснованиями.

В задаче 1 отрабатывается умение выполнять операции над матрицами: умножение матрицы на число и сложение матриц.

В задаче 2 отрабатывается умение выполнять умножение матриц.

В задаче 3 отрабатывается умение находить значение матричного многочлена.

В задаче 4 отрабатывается умение проверять свойства умножения матриц (коммутативность).

В задачах 5-6 отрабатывается умение находить транспонированные матрицы и выполнять с ними операцию умножения.

Вычисление определителей

В задаче 7 отрабатывается умение вычислять определители 2-го порядка.

В задаче 8 отрабатывается умение вычислять определители 3-го порядка.

Методические рекомендации по проведению заключительной части

За 5 мин. до окончания занятия преподаватель даёт команду на завершение работы на рабочих местах.

Подвести итоги занятия:

кратко напомнить: наименование темы и занятия; отработанные на занятии вопросы, цели занятия и оценить степень их достижения;

отметить лучших курсантов, активных и пассивных, слабоуспевающих, а также характерные ошибки и недостатки в работе. Указать способы устранения этих ошибок (недостатков);

ответить на возникшие вопросы.

Приложение 1

Занятие Матрицы и определители

Задача 1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Найти $2A + 3B$.

Задача 2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Найти произведение матриц

$A \cdot B$ и $B \cdot A$ (если они существуют).

Задача 3. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если

$$f(x) = -2x^2 + 5x + 9E, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Проверить коммутируют ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 5. Транспонировать матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = (1 \quad -2 \quad 4 \quad 3)$.

Задача 6. Вычислить произведение $A \cdot A^T$ и $A^T \cdot A$ при заданной матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задача 7. Вычислить определители:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}.$$

Задача 8. Вычислить определители разложением по первой строке:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 0 & x & 0 \\ x & 1 & x \\ 0 & x & 0 \end{vmatrix}.$$

Приложение 2

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Задача 1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти $2A + 3B$.

Решение.

$$2A = 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix};$$

$$3B = 3 \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 9 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix};$$

$$2A + 3B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 9 & 0 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 13 & 6 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Найти произведение матриц

$A \cdot B$ и $B \cdot A$ (если они существуют).

Решение.

$A \cdot B$ – данного произведения не существует;

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 4 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 3. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если

$$f(x) = -2x^2 + 5x + 9E, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение.

$$f(A) = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Проверить коммутируют ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ 12 & -13 \end{pmatrix}; \quad B \cdot A = \begin{pmatrix} -10 & 7 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}$$

Матрицы A и B не коммутируют, так как

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ 12 & -13 \end{pmatrix} \neq B \cdot A = \begin{pmatrix} -10 & 7 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Транспонировать матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = (1 \quad -2 \quad 4 \quad 3)$.

Решение.

$$A^{\circ} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}; \quad B^{\circ} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 6. Вычислить произведение $A \cdot A^T$ и $A^T \cdot A$ при заданной матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение.

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 35 \end{pmatrix}; \quad A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & -1 & 16 \\ -1 & 5 & -3 \\ 16 & -3 & 26 \end{pmatrix}.$$

Задача 7. Вычислить определители:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}.$$

Решение.

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-4) - 2 \cdot (-3) = (-4) + 6 = 2;$$

$$2) \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 5; \quad 3) \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix} = 1.$$

Задача 8. Вычислить определители разложением по первой строке:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 0 & x & 0 \\ x & 1 & x \\ 0 & x & 0 \end{vmatrix}.$$

Решение.

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2) - 2 \cdot (-5) + 1 \cdot (-7) = -3;$$

$$2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -6; \quad 3) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -8; \quad 4) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 4; \quad 5) \begin{vmatrix} 0 & x & 0 \\ x & 1 & x \\ 0 & x & 0 \end{vmatrix} = 0.$$